Revista Internacional de
Ingeniería
de Estructuras

Vol. 24, 3, 277-297 (2019)

NUMBER CALCULATION OF FACTORS TO CONSIDER SUPPORTED WALLS ON SLABS AS UNIFORMLY DISTRIBUTED EQUIVALENT LOADS

Gelacio Juárez-Luna[(1)], Ismael Cruz Martínez[(2)]

[(1)] Profesor-Investigador, Departamento de Materiales, Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana, San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, CP 02200, México D.F.gjl@azc.uam.mx

[(2)] Estudiante-Maestría, Departamento de Materiales, Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana, San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, Azcapotzalco, CP 02200, México D.F. ing.civil.isma@gmail.com

Received: May 2019. Accepted: July 2019

ABSTRACT

In this paper, a numerical study of reinforced concrete slabs with walls supported on its span is carried out. In these slabs, the linear load produced by the wall may be idealized as an equivalent uniform distributed load, which is multiplied by a load amplification factor, given by the NTCC-17 (2017). The moment distributions were computed in two way supported slabs models with a finite element commercial software. In these models, different ratio of the short span to the long span lengths, kinds of cast and localization of the wall on the slab were considered.

The moment distribution of the central strip of each model were compared with the moments computed with the current provisions of the NTCC-17 (2017) to consider the load of the wall as an equivalent uniform distributed load, showing that in many cases the design moments are underestimated. Additionally, the positive maximum design moments not always occurred when the wall is placed at the center of the span, as it was expected. A catalogue with 408 load amplification factors was carried out from the computed moment distributions. These load amplification factors allow analyze a linear load produced by the wall as an equivalent uniform distributed load.

Keywords: Slab, wall, coefficient, design.

CÁLCULO NUMÉRICO DE FACTORES PARA CONSIDERAR MUROS APOYADOS SOBRE LOSAS COMO CARGAS EQUIVALENTES UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS

RESUMEN

En este artículo se realiza un estudio numérico de losas de concreto reforzado que tienen muros apoyados en su claro. En estas losas, la carga lineal debida al muro puede idealizarse como una carga equivalente uniformemente distribuida, la cual se multiplica por un factor de amplificación carga, propuesto actualmente por las NTCC-17 (2017). Se obtuvo la distribución de momentos en modelos de losas perimetralmente apoyadas en dos direcciones utilizando un programa comercial de elementos finitos. En estos modelos se consideraron diferentes relaciones de lado, tipos de colado y diferentes ubicaciones del muro en el tablero.

La distribución de momentos en la franja central de cada uno de los modelos se comparó con los momentos calculados con las recomendaciones de las NTCC-17 (2017) para considerar el muro como una carga equivalente uniformemente distribuida, mostrando que en muchos casos se subestiman los momentos de diseño. Además se encontró que los momentos máximos positivos no siempre se presentaron cuando el muro se aplica en el centro de la losa, como se esperaría. De las distribuciones de momento obtenidas numéricamente se elaboró un catálogo con 408 factores de carga actualizados para considerar las cargas lineales debidas a muros como cargas equivalentes uniformemente distribuidas.

Palabras clave: losa; muro; coeficiente; diseño.

1 INTRODUCCIÓN

Las losas son elementos estructurales ampliamente utilizados en la construcción de estructuras, las cuales se utilizan generalmente en edificaciones estructuradas con marcos de acero, marcos de concreto reforzado y muros de mampostería. Las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17, 2017) del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-17, 2017) proporciona una tabla de coeficientes de momentos para el diseño de losas rectangulares de concreto reforzado. Estos coeficientes son aplicables a losas en las que actúan cargas uniformemente distribuidas. Fueron Westergaard y Slater (1921) quienes propusieron una metodología con base en la teoría de la elasticidad, para el diseño de losas apoyadas en dos direcciones y losas planas apoyadas en capiteles circulares, la cual requiere de una redistribución de esfuerzos dependientes de la redistribución de rigideces. Westergaard (1926) publicó

coeficientes de momento para el diseño de seis tipos de paneles diferentes, presentando seis casos diferentes de continuidad en una estructura. Los coeficientes presentados por Westergaard fueron adoptados por el ACI en 1947 (Método II) con algunas modificaciones. En 1940, el ACI realizó modificaciones a la propuesta de Westergaard y Slater (1921), extendiendo el método de análisis para cubrir todas las posibles combinaciones de paneles en un sistema de piso. Esto llevó a una tabla de coeficientes para momento positivo en el centro del claro y momento negativo en los bordes, ya sean continuos o discontinuos, considerando las condiciones de forma y de apoyo del panel. Newmark y Siess (1950) desarrollaron un método aproximado para el cálculo de los momentos en placas continuas bajo una carga uniformemente distribuida, el cual aplicaron para el estudio de momentos en losas apoyadas perimetralmente.

Actualmente existe normatividad para el diseño de losas como el ACI-318-14, que establece dos métodos: (1) método de diseño directo, el cual consiste de recomendaciones para la distribución de momentos que satisfacen los requerimientos de servicio y seguridad de la estructura simultáneamente, y (2) el método del marco equivalente que consiste en la representación de un sistema de losa tridimensional por una serie de marcos en dos dimensiones, los cuales se analizan con cargas actuando en el plano de los marcos. Los momentos positivos y negativos así determinados en las secciones críticas de diseño del marco se distribuyen a las secciones de losa de acuerdo con los momentos factorizados en la franja de columna, los momentos factorizados en las vigas y los momentos factorizados en las franjas medias tal y como se indica en el método directo. El EC-2 (2002) recomienda utilizar ya sea el método del marco equivalente o algún otro método que sea válido para el diseño de losas perimetralmente apoyadas. El IStructE-06 (2006) establece que los momentos flexionantes para losas en dos direcciones cuando éstas se apoyan en soportes lineales como pueden ser muros o vigas, se obtienen con el método de líneas de fluencia; sin embargo, como alternativa se propone una tabla de coeficientes para calcular los momentos en las dos direcciones para diferentes condiciones de borde. Actualmente, para determinar los momentos de diseño en losas rectangulares, las NTCC-17 proporcionan una tabla de coeficientes, la cual considera varias relaciones del claro corto entre el claro largo de la losa. Esta tabla de coeficientes proporciona factores para todos los tipos de tablero y para las condiciones de colado monolítico y no monolítico con sus vigas de apoyo.

Existen casos en los que sobre las losas actúan cargas lineales sobre una franja debidas a la acción de muros que se construyen sobre ellas, como se muestra en la Figura 1a, para las cuales las NTCC-17 (2017) recomiendan considerar las cargas lineales, que generan muros sobre losas, como una carga equivalente uniformemente distribuida w_{muro}, la cual se obtiene al dividir el peso del muro, P_m, entre el área del tablero, A_{losa}, y multiplicarlo por un factor de amplificación de carga, F_{ac}, enlistado en la **Tabla 1**, dependiente de la relación *m*, de la longitud del claro corto, a_1, entre la longitud del claro largo, a_2, como se muestra en la Figura 1b, donde w_{losa} es la carga uniformemente distribuida de la losa. Estos F_{ac} que recomiendan las NTCC-17 (2017) solo consideran si el muro es paralelo al lado corto o lado largo del tablero, pero no consideran que la ubicación del muro puede causar una redistribución de esfuerzos o de momentos, lo que requeriría una modificación en la colocación del acero de refuerzo. La carga

equivalente debida al muro se sumará a la carga uniformemente distribuida que actúa en ese tablero debido a carga muerta, viva máxima, etc.

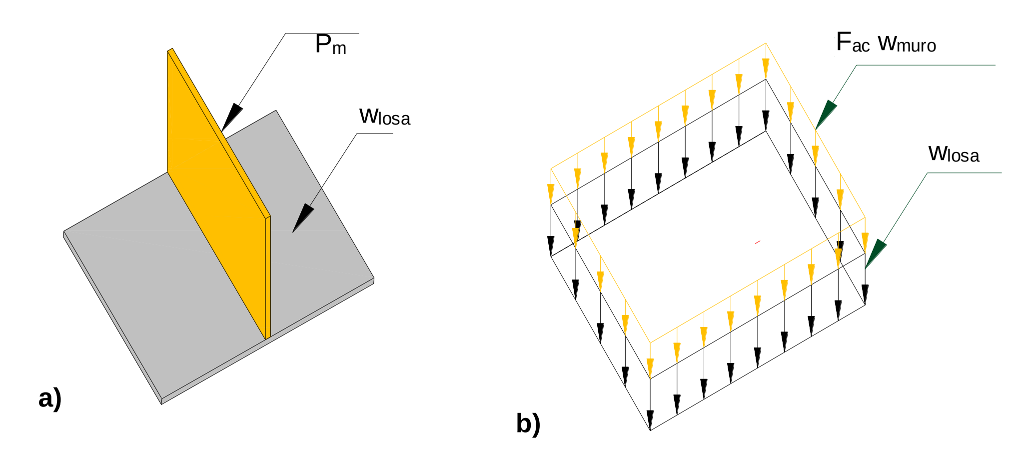


Figura 1. Modelo de losa con carga: a) lineal debida a un muro y b) equivalente uniformemente distribuida

Tabla 1. Factor de amplificación de carga, F_{ac}, para considerar cargas lineales como cargas uniformes equivalentes (tomado de las NTCC-17, 2017).

Relación de lados m=a₁/a₂	**0.5**	**0.8**	**1.0**
Muro paralelo al lado corto	1.3	1.5	1.6
Muro paralelo al lado largo	1.8	1.7	1.6

Una vez que la carga lineal debida al muro se idealiza como una carga uniforme equivalente, los momentos flexionantes se calculan en la franjas centrales de los tableros de losa, como se hace con el método de los coeficientes. El cálculo de los momentos flexionantes se determina con la ecuación siguiente:

$$M_n = \alpha a_1^2 \left[w_{losa} + F_{ac} (w_{muro}) \right] \quad (1)$$

donde M_n es el momento nominal obtenido numéricamente de los modelos de estudio y α es el coeficiente de momentos flexionantes para tableros rectangulares en las franjas centrales.

Covarrubias (1960) derivó los F_{ac} enlistados en la **Tabla 1**, que multiplicados por el peso total del muro que se apoya sobre la losa y dividido entre el área de la misma, se pueden sumar a la carga uniforme que actúa en la losa, teniendo así una carga uniformemente distribuida total. Dicha carga es entonces equivalente al efecto de la carga uniforme sobre la losa más el de la carga lineal debida al muro dentro del tablero. Esta idealización la realizó con la finalidad de aplicar los coeficientes de momentos que proporcionaba el reglamento propuesto para el Distrito Federal en ese entonces, no solo a losas rectangulares con carga uniformemente distribuida, sino también a losas con muros apoyados sobre ellas. Estos factures se calcularon con base en análisis plásticos con el método de las líneas de fluencia.

Para entender mejor la interacción entre un muro sobre una losa, Manzanares-Ponce (2013) realizó un estudio analítico-experimental para un sistema de piso con losa de transferencia, cuya característica principal de esta losa es que la estructura superior se apoya en ella; es decir que la mayor parte de los elementos portantes de la estructura superior apoyan directamente sobre la losa. En este sistema de piso la estructura superior puede estar formada por muros de carga construidos de concreto o mampostería. Este es el caso para el cual las NTCC-17 (2017) limitan las recomendaciones de diseño, pues no considera la posición del muro dentro del tablero. Aun cuando existe escasa información sobre metodologías de diseño, consideraciones y/o limitaciones que deberán tomarse en cuenta para sistemas de piso como el que se menciona, actualmente se están construyendo edificios de mediana altura a base de losas de transferencia tal como lo reporta el estudio de observancia del RCDF-04 (Gómez-Soberon *et al.* 2009), en el cual se indicó que el uso de sistemas de piso con losa de transferencia se está extendiendo, por lo que implementar y/o recomendar una metodología de diseño es tema de interés en el campo de la Ingeniería Estructural.

De la Torre *et al.* (2012) describen los aspectos a considerar durante las etapas de proyecto y construcción de sistemas de mampostería para garantizar el desempeño adecuado, como lo son el incremento de la rigidez lateral para evitar los entrepisos blandos y la reducción de la capacidad de deformación vertical del sistema de transferencia. De la Paz Morales (2013) revisó los F_{ac} para considerar muros apoyados sobre losas como cargas equivalentes variando la ubicación del muro sobre la losa, reportando que existen algunos casos en que se subestima el valor del momento de diseño; además de que no existe una recomendación para la colocación del acero de refuerzo con base en la distribución de momentos relacionada con la ubicación del muro.

Como se mencionó anteriormente, para considerar las cargas lineales debidas a muros que se apoyan sobre una losa, las NTCC-17 (2017) proponen utilizar F_{ac} para considerar su efecto como cargas equivalentes uniformemente distribuidas. Estos F_{ac} solo consideran las relaciones lado corto entre lado largo, de 0.5, 0.8 y 1.0, para muros paralelos al lado corto y al lado largo. Es evidente que la ubicación del muro modifica el estado de esfuerzos y, en consecuencia, el de momentos, lo que provocaría una modificación de la distribución del acero de refuerzo. Lo anterior no se considera en las NTCC-17 (2017), por lo que este trabajo tiene como objetivo determinar F_{ac} para considerar el efecto de cargas lineales debidas a muros que actúan sobre losas como cargas equivalentes uniformemente distribuidas.

En la sección 1 se proporcionan los antecedentes del diseño de losas, particularmente de aquellas en las que se apoya un muro sobre su claro. En la sección 2 se realiza un estudio del tamaño de la malla de elementos finitos con los que se modela la losa y el muro para obtener resultados fiables. En la sección 4 se realizan los modelos de 7 tipos de tableros con un muro apoyado sobre ella, de los que se determinan la distribución de momentos y se revisan los desplazamientos. En la sección 4 se determinan los F_{ac} para considerar el efecto de cargas lineales en losas como cargas equivalentes uniformemente distribuidas. En la sección 5 se presenta un ejemplo de aplicación en con el que se validan los F_{ac} calculados.

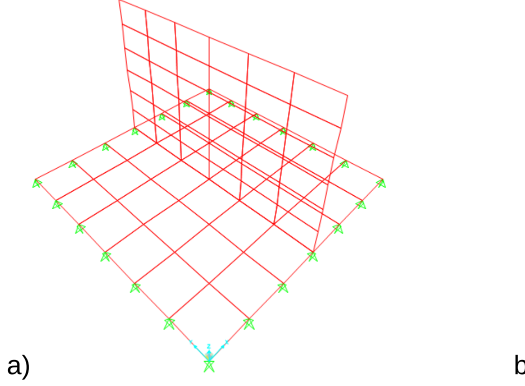
Finalmente, en la sección 6 se proporcionan las conclusiones y recomendaciones derivadas de este trabajo.

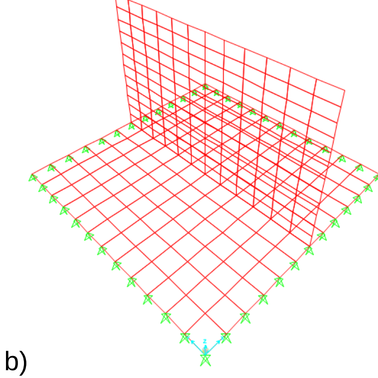
2 CRITERIO DE MALLADO

Para garantizar un mallado adecuado en el modelado de las losas se utilizó la energía de deformación interna de la estructura, *U*, la cual utiliza una estructura deformada para recuperar su configuración original en el intervalo elástico. En cada punto donde actúan las cargas externas ocurren desplazamientos, de los cuales se obtiene el trabajo externo, que es igual a la energía de deformación interna, *i.e.*,

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} P_i \delta_i \tag{2}$$

donde P_i es la carga y δ_i es el desplazamiento en el nodo *i*. Se realizó el estudio del tamaño de la malla del modelo de una losa, el cual incluye un muro de mampostería de 18 cm de espesor ubicado al centro del claro de una losa cuadrada de concreto de 4 m de longitud por lado. La losa y el muro se mallaron con 6, 12, 24 y 48 elementos por borde, como se muestran respectivamente en la **Figura 2**, para garantizar conectividad en los nodos del modelo de losa con muro al centro del claro, este análisis se realizó en el programa SAP2000 (CSI, 2016). La variación de la energía de deformación respecto al número de elementos por borde se muestra en la **Figura 3**, donde se observa que la energía se estabiliza a partir de 24 elementos por borde, por lo que en los modelos estudiados se utilizó un mallado de 20 elementos por borde, pues el tener una mallado mayor sólo produciría un costo computacional adicional.


a)


b)

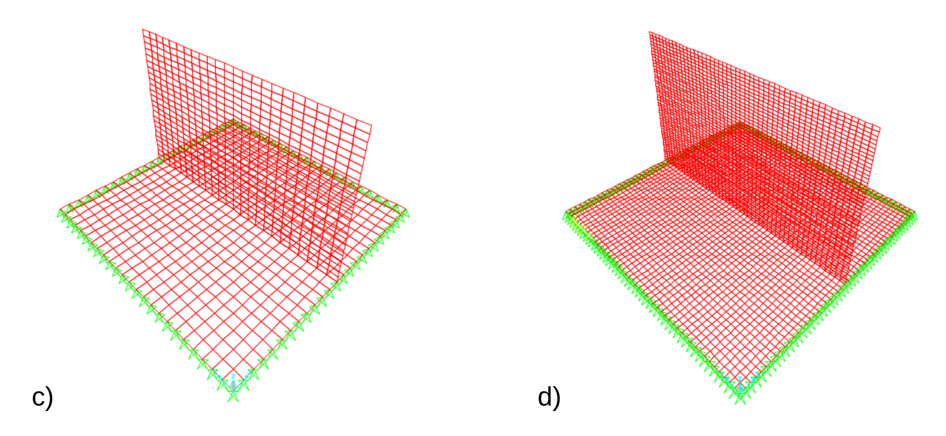


Figura 2. Modelo losa-muro mallado con las divisiones por borde siguientes: a) 6, b) 12, c) 24 y d) 48

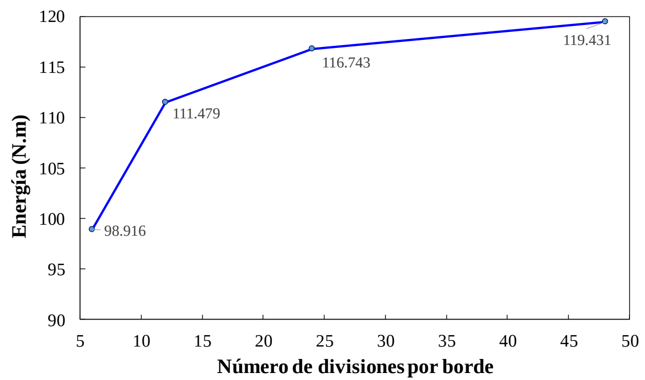


Figura 3. Curva de energía de deformación contra número de elementos por borde

3 MODELADO DE MUROS SOBRE LOSAS

3.1 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

Los modelos de losas que se estudiaron corresponden a los siete tipos de tableros establecidos en la NTCC-17 (2017), pero con un muro apoyado sobre el tablero. Los tipos de tableros son: aislado, interior, de esquina, de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo, de extremo con tres bordes discontinuos y un lado largo continuo y de extremo con tres bordes discontinuos y un lado corto continuo, los cuales se muestran en la **Figura 4**. Los tableros se apoyan en dos direcciones, pues su relación *m* varia de 0.5 a 1.0 con incrementos de 0.1; a estos modelos se les asignó como constante la longitud del lado largo de 4 m.

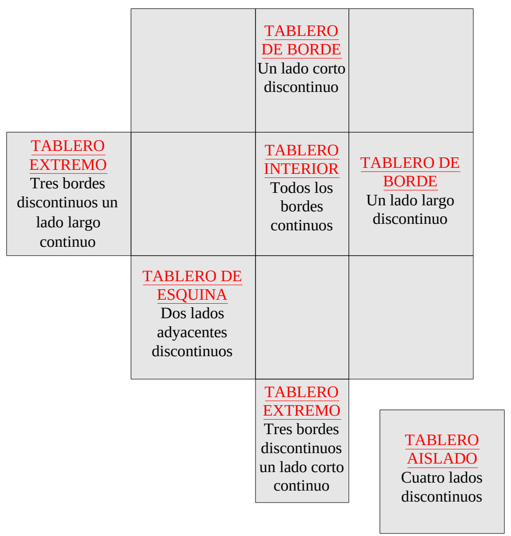


Figura 4. Tipos de tableros

Los modelos tienen una losa con 0.12 m de espesor, apoyadas en dos direcciones sobre vigas con sección transversal de 0.20 x 0.40 m y columnas de 0.30 x 0.30 m. Las cargas aplicadas en los modelos fue el de una carga muerta uniformemente distribuida de W_m = 516 kgf/m^2 y una carga viva uniformemente distribuida de W_v = 170 kgf/m^2, correpondientes para una estructura para uso de habitación. La distribución de los momentos sobre la losa depende de la ubicación del muro, por lo que para determinar las distribuciones de momentos más críticos en cada uno de los siete tableros estudiados, el muro se colocó paralelo al lado corto, a_1, y paralelo al lado largo, a_2, *i.e.*, a 1/8, 1/4, 3/8, 1/2, 5/8, 3/4 y 7/8 del claro en ambas direcciones como se muestra en la **Figura 5**.

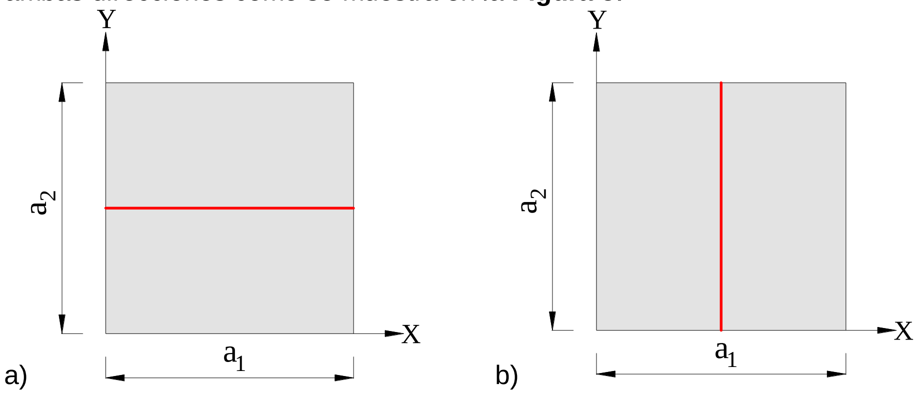


Figura 5. Sistema de referencia para muros paralelos al eje: a) X, lado corto y b) Y, lado largo

En los modelos realizados, las losas se apoyan perimetralmente en vigas, las cuales a su vez se apoyan sobre columnas en sus esquinas. Se consideraron los dos tipos de continuidad descritos en las NTCC-17 (2017); el tipo I, que corresponde cuando la losa está colada monolíticamente con sus vigas de apoyo, como se muestra en la **Figura 6**a, y el tipo II, cuando las losas no son coladas monolíticamente con sus vigas de apoyo, como se muestra en la **Figura 6**b. Para el caso de losas coladas no monolíticamente con sus vigas de apoyo se genera

una junta fría entre la losa y su viga de apoyo, lo que permite a la losa rotar. En estos modelos numéricos se desacoplaron los grados de libertad de los nodos donde coinciden los elementos de la losa y de la viga, correspondientes al giro perpendicular al eje de la viga, lo cual permite modelar la discontinuidad entre ambos elementos. En total se realizaron 588 modelos con losas coladas monolíticamente con sus vigas de apoyo y 588 con colado no monolítico.



Figura 6. Tipos de colado en losas de concreto reforzado con sus vigas de apoyo: a) colado monolítico y b) colado no monolítico.

Tanto las vigas como columnas se modelaron con elementos tipo viga-columna (*frame* en el idioma Inglés), los muros y losas se modelaron con elementos tipo lámina delgada (*shell thin* en el idioma Inglés). Se utilizaron elementos tipo lámina delgada debido a que la relación del lado entre el espesor de la losa es menor a un décimo del claro, este tipo de elementos no considera las deformaciones por cortante, otra consideración es que las losas estudiadas no presentan huecos ni espesor variable. En la **Figura 7** se muestra que los elementos utilizados en el modelado numérico tienen seis grados de libertad por nodo (d_x, d_y, d_z, θ_x, θ_y, θ_z). Los grados de libertad permiten determinar desplazamientos y rotaciones en la dirección normal y perpendicular al plano del elemento. El acoplamiento de los grados de libertad permite definir el tipo de continuidad que existe en los elementos estructurales. Es por ello que para el caso de losas coladas monolíticamente con sus elementos de apoyo, se acoplan los seis grados de libertad, mientras que para el caso de losas coladas no monolíticamente son sus elementos de apoyo, solo se acoplan los grados de libertad correspondientes a los desplazamientos tal como se muestra en la **Figura 8**.

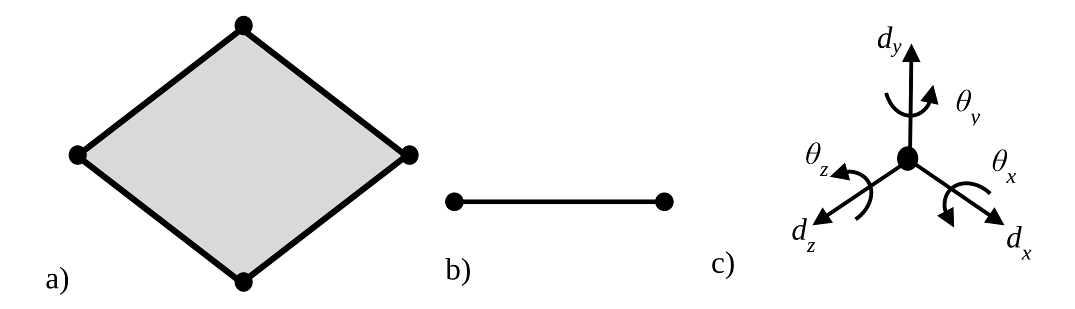


Figura 7. a) elemento tipo lámina (*Shell),* b) elemento tipo viga-columna (*Frame)* y c) grados de libertad en el nodo (adaptado de Gutiérrez, 2014).

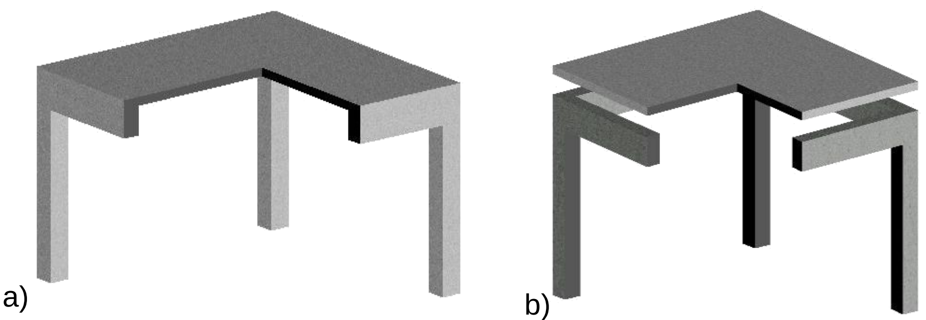


Figura 8. a) Seis grados de libertad acoplados y b) giros desacoplados (adaptado de Gutiérrez 2014).

3.2 SELECCIÓN DE NÚMERO DE TABLEROS

Seis de los siete tipos de tableros mostrados en la **Figura 4**, excepto el aislado, se pueden tener en una estructura con 3 o 5 tableros por borde, por lo que se estudiaron dos modelos que se muestran respectivamente en la **Figura 9**. Los momentos en la franja central del panel interior de ambos modelos muestran que no existe diferencia significativa en los momentos obtenidos, como se muestra en la **Figura 10**, por lo que se realizaron modelos de con tres tableros por borde para no incrementar el costo computacional en los análisis correspondientes.

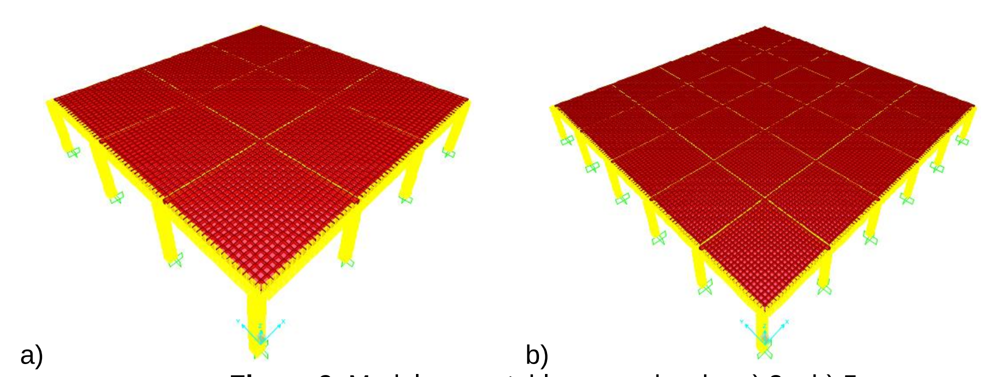


Figura 9. Modelos con tableros por borde: a) 3 y b) 5.

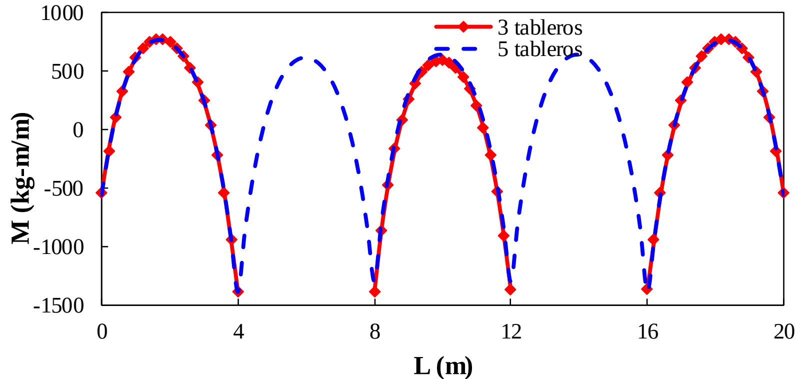


Figura 10. Diagrama de momento en la franja central del panel interior en modelos con 3 y 5 tableros por borde.

3.3 DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS

Se tuvo especial atención en la distribución de momentos de las franjas centrales de los tableros, perpendiculares al muro, donde se tienen las magnitudes de momentos más críticas. Los momentos obtenidos de los modelos numéricos se compararon con los que se obtienen con las recomendaciones de las NTCC-17 (2017) para incluir el efecto de la carga del muro como una carga equivalente uniformemente distribuida. De la distribución de momentos de estos modelos se obtuvo un catálogo de F_{ac} actualizado para incluir el efecto de cargas lineales en tableros de losa como cargas equivalentes uniformemente distribuidas.

En la Figura 11 se muestra la distribución de momentos paralelos al lado largo en los modelos de losas de los tablero de los tipos siguientes: a) interior, b) borde con lado largo discontinuo, c) borde con lado corto discontinuo, d) esquina, e) extremo con lado largo continuo, f) extremo con lado corto continuo y g) aislado. Aunque se realizaron 42 modelos para los 7 tipos de tableros con las 6 relaciones *m* de 0.5 a 1.0 en incrementos de 0.1, sólo se muestran los 7 modelos de la relación *m*=0.8 por ser una relación intermedia, cuando el muro es paralelo a a_1 colocado a ¼a_2 y la losa es colada monolíticamente con las vigas de apoyo. En la Figura 12 se muestra la distribución de momentos en la franja central, paralela a a_2, para siete distintas ubicaciones del muro paralelas al lado corto, donde los momentos obtenidos numéricamente se compararon con los calculados con las recomendaciones de las NTCC-17 (2017), donde se observa que estas últimas subestiman los momentos de diseño en todos los casos. La condición más crítica para la ubicación del muro dentro del tablero es aquella que produce los momentos máximos, los cuales se obtienen en la mayoría de los tableros cuando el muro se ubica paralelo al lado largo a una distancia de ¼, ½ y ¾ del lado corto.

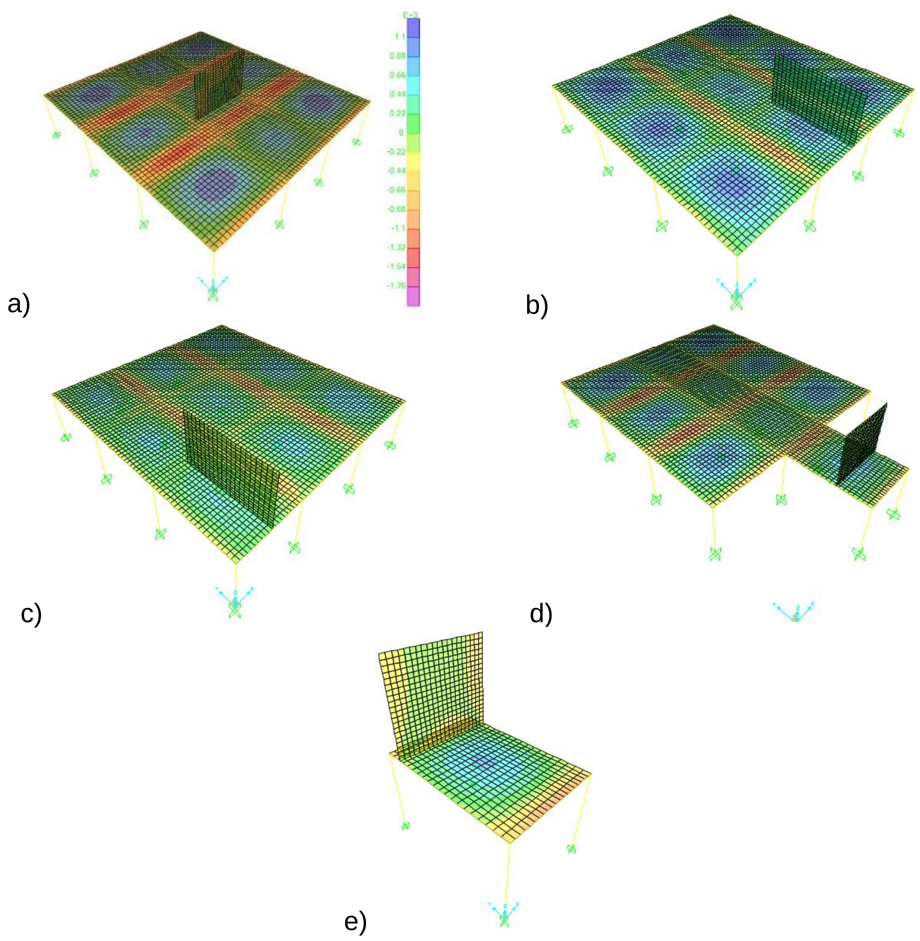
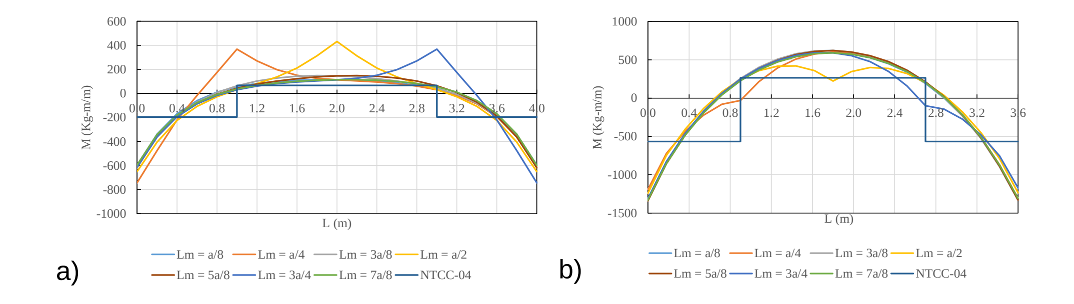


Figura 11. Tablero a) interior, b) borde con un lado corto discontinuo, c) de esquina d) de extremo y e) aislado



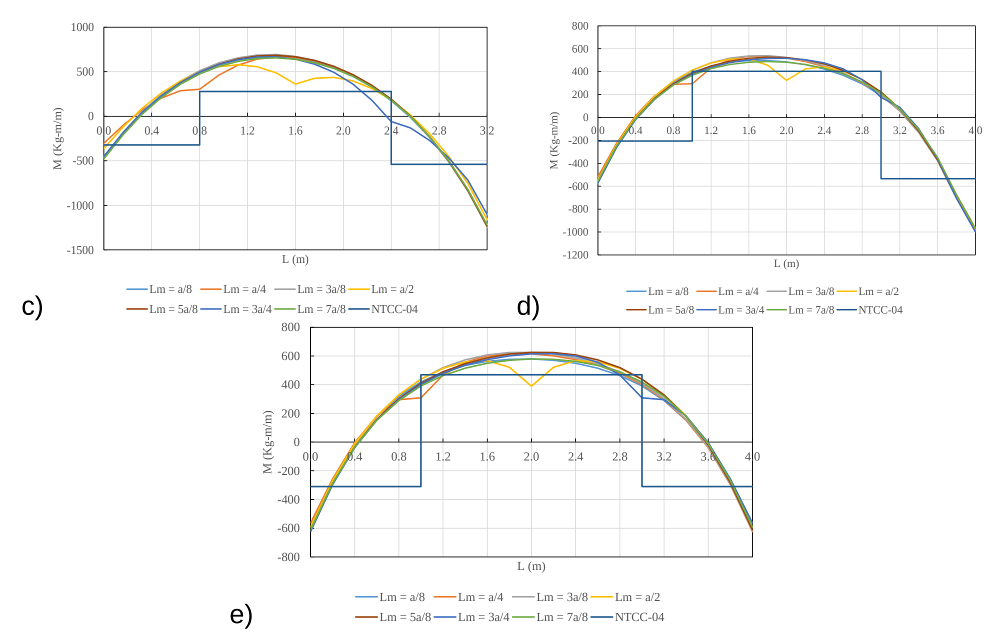


Figura 12. Distribución de momentos en franja central paralela a a_2 de tablero con *m*=0.8 tipo: a) interior, b) borde con un lado corto discontinuo, c) de esquina d) de extremo y e) aislado

3.4 REVISIÓN DEL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

En este estudio se verificó que los modelos cumplieran con los estados límite de servicio que establecen las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (NTCA-17). Por lo que se revisó que el desplazamiento vertical máximo al centro del claro de los modelos numéricos de la losa no sea mayor que aquel que resulta de dividir el claro entre 240 más 5 mm.

$$d_p = \frac{l_c}{240} + 5mm \tag{3}$$

Además, las NTCC-17 establecen que para el cálculo de los desplazamientos totales, deberán considerarse las deflexiones inmediatas, las deflexiones diferidas (a largo plazo por contracción o flujo plástico). La deflexión adicional que ocurra a largo plazo en elementos de concreto normal clase 1, sujetos a flexión, se obtendrá multiplicando la flecha inmediata calculada, por el factor:

$$\frac{2}{1+50p'} \tag{4}$$

donde *p'* es la cuantía de acero a compresión (A_s'/bd).

En la **Figura 13**a se muestran las deflexiones inmediatas de las franjas centrales perpendiculares al muro de los modelos realizados en SAP2000 (CSI, 2016), estas deflexiones se calcularon al colocar en distintas posiciones el muro paralelo al lado corto sobre un tablero interior con relación de lados de *m*=0.5, en el que se consideró la losa colada monolíticamente con sus vigas de apoyo. La

Figura 13b muestra los desplazamientos totales del tablero interior descrito, los cuales se comparan con los desplazamientos permisibles de las NTCA-17 tal como se muestra en la **Figura 13**c, los desplazamientos totales incluyen además de las deflexiones inmediatas obtenidas numéricamente, las deflexiones diferidas descritas anteriormente, y estos desplazamientos son aproximadamente el 12% de los desplazamientos permisibles. En general, los desplazamientos calculados numéricamente con los modelos de elementos finitos son, en la mayoría de los casos, menores al 30% del desplazamiento máximo permisible.

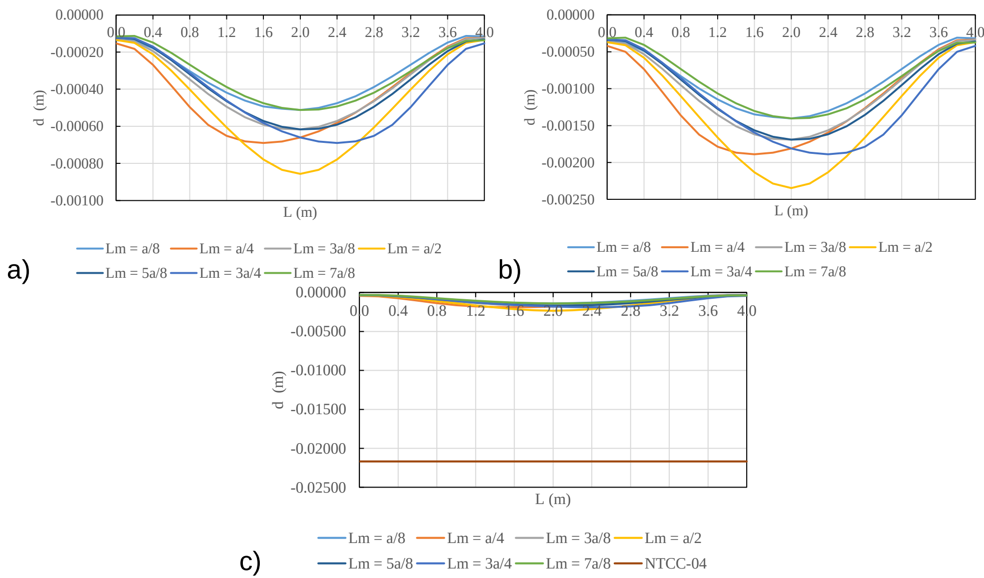


Figura 13. Curva de desplazamientos al centro del claro de un tablero interior con muro paralelo al lado corto. Losa colada monolíticamente con sus vigas de apoyo, *m*= 0.5. a) deflexiones inmediatas, b) desplazamientos totales y c) comparación de desplazamientos (totales y permisibles NTCA-17).

4 DETERMINACIÓN DE F_{AC} PARA CONSIDERAR CARGAS LINEALES

De los 1,176 modelos numéricos de los tableros en estudio se obtuvo la distribución de momentos en la condición más crítica para cada tipo de tablero. Para considerar el efecto de cargas lineales en losas como cargas equivalentes uniformemente distribuidas, se determinaron los F_{ac}, despejando de la ec. (1), tal que:

$$F_{ac} = \frac{\left[\dfrac{M_n}{\alpha a^2} - w_{losa}\right]}{w_{muro}} \qquad (5)$$

En la ec. (5), los momentos calculados de los modelos numéricos se sustituyeron en M_n y α corresponde al coeficiente para determinar los momentos de diseño de losas apoyadas en dos direcciones que actualmente recomiendan las NTCC-17 (2017). Los F_{ac} calculados con la ec. (5) se enlistan en la Tabla 2, los cuales consideran los 7 tipos de tableros mostrados en la **Figura 4**. Es importante

mencionar que los momentos calculados numéricamente se compararon con los calculados con los F_{ac} que actualmente recomiendan las NTCC-17 (2017). Sin embargo, se observó que en la mayoría de los casos los momentos calculados con las NTCC-17 (2017) están subestimados. En este trabajo, también se determinó una tabla de F_{ac} para considerar las cargas lineales como cargas equivalentes uniformemente distribuidas, utilizando en la ec. (5) la tabla de coeficientes α de diseño de losas propuesta por Gutiérrez (2014), estos F_{ac} se enlistan en la **Tabla 3**. Es importante notar la diferencia en el valor de los F_{ac} cuando se determinan con los coeficientes de diseño propuestos en las NTCC-17 (2017) y los coeficientes de diseño propuestos por Juárez y Gutiérrez (2016). Los F_{ac} disminuyen en algunos casos hasta en un 75% su valor numérico.

Tabla 2. F_{ac} propuestos para considerar cargas lineales como cargas equivalentes uniformemente distribuidas (obtenidas a partir de la tabla de coeficientes, α, recomendados por las NTCC-17, 2017).

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$											
			0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior	Negativo en bordes interiores	Corto	9	9	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9
Todos los		Largo	16	12	14	11	12	10	11	10	10	9	9	9
bordes	Positivo	Corto	2	2	3	3	4	4	6	6	8	7	10	10
continuos		Largo	29	29	21	20	15	14	12	11	11	11	10	10
De borde	Negativo en bordes interiores	Corto	8	9	8	8	7	8	8	8	8	8	8	9
Un lado		Largo	16	13	14	12	12	11	10	9	9	9	9	0
corto	Neg. en borde dis.	Largo	15	0	12	0	9	0	6	0	5	0	5	0
discontinuo	Positivo	Corto	1	1	2	1	4	3	6	5	8	7	11	10
		Largo	37	37	26	25	20	18	17	15	15	14	13	13
De borde	Negativo en bordes interiores	Corto	8	7	7	7	7	7	8	7	8	8	9	9
Un lado		Largo	13	11	11	10	10	9	9	9	9	9	8	9
largo	Neg. en borde dis.	Corto	2	0	2	0	3	0	3	0	4	0	4	0
discontinuo	Positivo	Corto	5	6	6	7	7	7	9	8	11	10	14	13
		Largo	21	20	15	15	13	13	12	13	12	12	11	10
De esquina	Negativo en bordes interiores	Corto	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	8
		Largo	13	11	11	9	9	8	9	8	8	8	8	8
Dos lados	Negativo en bordes discontinuos	Corto	2	0	2	0	3	0	4	0	4	0	5	0
adyacentes		Largo	16	0	12	0	9	0	7	0	6	0	6	0
discontinuos	Positivo	Corto	4	4	5	5	6	7	8	8	10	11	13	14
		Largo	27	23	20	18	17	17	15	16	14	16	13	14
Extremo	Neg. en borde con.	Corto	4	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3
Tres bordes	Negativo en bordes discontinuos	Corto	1	0	1	0	2	0	3	0	3	0	4	0
discontinuos		Largo	25	0	18	0	12	0	9	0	7	0	5	0
un lado	Positivo	Corto	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2
continuo		Largo	7	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2	2
Extremo	Neg. en borde con.	Largo	10	6	8	5	6	5	5	4	4	3	3	3
Tres bordes	Negativo en bordes discontinuos	Corto	2	0	2	0	3	0	4	0	4	0	6	0
discontinuos		Largo	20	0	14	0	10	0	8	0	6	0	5	0
un lado	Positivo	Corto	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2
continuo		Largo	5	5	4	4	3	4	3	3	2	3	2	2
Aislado	Negativo en bordes discontinuos	Corto	1	0	1	0	1	0	2	0	2	0	3	0
Cuatro		Largo	14	0	9	0	7	0	5	0	4	0	2	0
discontinuos	Positivo	Corto	2	1	1	1	1	1	2	1	2	1	2	1
		Largo	5	2	4	2	3	2	3	1	2	1	2	1

Tabla 3. F_{ac} propuestos para considerar cargas lineales como cargas equivalentes uniformemente distribuidas (obtenidas a partir de la tabla de coeficientes, α, propuesta por Juárez y Gutiérrez, 2016).

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$											
			0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior	Negativo en bordes interiores	Corto	3	3	4	3	4	3	4	3	5	3	5	4
Todos los		Largo	11	7	9	6	8	5	7	5	6	4	5	4
bordes	Positivo	Corto	2	2	2	3	2	2	3	3	4	4	5	5
continuos		Largo	29	29	15	20	8	10	6	7	5	6	5	5
De borde	Negativo en bordes interiores	Corto	3	2	3	2	3	2	4	2	4	3	5	3
Un lado		Largo	10	8	9	7	8	6	7	5	6	4	5	4
corto	Neg. en borde dis.	Largo	15	0	12	0	9	0	6	0	5	0	5	0
discontinuo	Positivo	Corto	1	1	2	1	2	2	3	3	3	3	4	4
		Largo	21	26	12	15	8	8	6	6	6	5	4	3
De borde	Negativo en bordes interiores	Corto	3	2	3	2	3	2	4	3	5	4	5	4
Un lado		Largo	10	6	8	5	7	4	6	4	5	3	5	3
largo	Neg. en borde dis.	Corto	2	0	2	0	3	0	3	0	4	0	4	0
discontinuo	Positivo	Corto	4	3	3	3	4	3	4	4	5	4	4	3
		Largo	13	12	8	7	6	5	5	5	5	4	4	4
De esquina	Negativo en bordes interiores	Corto	2	1	2	2	3	2	3	3	4	2	5	3
		Largo	10	6	8	5	7	4	6	4	5	3	5	3
Dos lados	Negativo en bordes discontinuos	Corto	2	0	2	0	3	0	4	0	4	0	5	0
adyacentes		Largo	12	0	9	0	6	0	5	0	5	0	6	0
discontinuos	Positivo	Corto	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
		Largo	12	10	8	6	7	5	6	5	6	5	4	4
Extremo	Neg. en borde con.	Corto	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	3	3
Tres bordes	Negativo en bordes discontinuos	Corto	1	0	1	0	2	0	3	0	3	0	4	0
discontinuos		Largo	14	0	10	0	8	0	6	0	7	0	5	0
un lado largo	Positivo	Corto	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2
continuo		Largo	7	4	4	3	3	3	3	3	2	2	2	2
Extremo	Neg. en borde con.	Largo	10	2	8	2	6	2	5	2	4	2	3	3
Tres bordes	Negativo en bordes discontinuos	Corto	2	0	2	0	3	0	4	0	4	0	6	0
discontinuos		Largo	8	0	6	0	10	0	5	0	6	0	5	0
un lado corto	Positivo	Corto	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2
continuo		Largo	5	5	4	4	3	4	3	3	2	3	2	2
Aislado	Negativo en bordes discontinuos	Corto	1	0	1	0	1	0	2	0	2	0	3	0
Cuatro lados		Largo	9	0	9	0	7	0	5	0	4	0	2	0
discontinuos	Positivo	Corto	2	1	1	1	1	1	2	1	2	1	2	1
		Largo	6	2	4	2	3	2	3	1	2	1	2	1

5 EJEMPLO DE APLICACIÓN

5.1 DETERMINACIÓN DE LA CARGA DE DISEÑO

Con la finalidad de validar los F_{ac} propuestos en este trabajo para considerar el efecto de cargas lineales en losas como cargas equivalentes uniformemente distribuidas, se realizó el diseño de un tablero de esquina que tiene un muro apoyado en su claro paralelo al lado largo, el cual se compara con los F_{ac}

propuestos actualmente en las NTCC-17 (2017). El tablero es rectangular con a_1=3.6 m y a_2=4 m, del que se obtiene una relación de lados *m*=0.9. Sobre el tablero de losa se tiene un muro de mampostería de tabique rojo recocido paralelo al lado largo de 2.5m de altura y 18cm de espesor. El tabique tiene un peso volumétrico de 1500 kg/m^3, resistencia a la compresión fm*=15 kg/cm^2, módulo de Young E=52500000 kg/m^2 y relación de Poisson *v*=0.25; el mortero tiene un peso volumétrico de 1500 kg/m^3. Por otra parte, el concreto tiene una resistencia a la compresión de f'c = 250 kgf/cm^2 y el acero de refuerzo, barras del número 3, tiene un esfuerzo de fluencia fy = 4200 kgf/cm^2.

La losa de este tablero está colada monolíticamente con sus vigas de apoyo. Las cargas muertas consideradas para el diseño del tablero corresponden a una estructura de uso habitacional, las cuales se enlistan en la Tabla 4. La geometría del muro así como el peso por unidad de longitud se enlistan en la Tabla 5.

Tabla 4. Cargas muertas en losa

Descripción	**Unidad (kg/m^2)**
Losa 12 cm de espesor	288
Azulejo	15
Pagazulejo	30
Firme 5cm de espesor	120
Plafón de yeso	23
Carga adicional	40
Carga muerta total (W_m)	**516**

Tabla 5. Carga lineal debida al muro de mampostería

Descripción	**Cantidad**	**Unidad**
Altura	2.5	m
Espesor del muro t	0.14	m
Espesor del aplanado t_a	0.02	m
Peso de la mampostería W_{mamp}	525	kg/m
Peso del mortero $W_{mortero}$	150	kg/m
Peso del muro por carga lineal	**675**	kg/m

Para determinar las cargas máximas actuantes en el tablero se utilizaron las combinaciones y los F_{ac} de carga propuestos en las NTCA-17. La Tabla 6 muestra detalladamente las combinaciones de carga para el diseño del tablero, en la cual se tiene una carga última debida a la losa de W_{ulosa}=960.4 kgf/m^2 y una carga lineal debida al muro de W_{muro}=675 kgf/m. Para obtener la carga uniformemente distribuida equivalente debida al muro, se utilizó F_{ac}=1.65, obtenido con interpolación lineal de la **Tabla 1**, los cuales actualmente recomiendan las NTCC-17. Esta carga equivalente se afectó también por un F_{ac} de carga de 1.4, con lo que se tiene como resultado una carga equivalente última debida al muro

de w_{umuro}=433.125 kgf/m^2. La carga de diseño del tablero es entonces la suma de las cargas distribuidas debidas a la losa y el muro de w = 1393.525 kgf/m^2.

Tabla 6. Combinaciones de carga para el ejemplo de diseño.

Descripción	Unidad (kgf/m^2)
Total de carga muerta W_m	516
Carga viva instantánea W_{inst}	90
Carga viva máxima $W_{vmáx}$	170
Combinaciones de carga	
1.3Wm+1.5 W_{inst}	805.8
1.3Wm+1.5 $W_{vmáx}$	925.8

5.2 DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS

Una vez obtenida la carga última de diseño, la distribución de momentos se calculó en la franja central del tablero con los F_{ac} propuestos en las NTCC-17 (2017) y con los propuestos en este trabajo. En la Figura 14 se observa que la magnitud de momentos calculados con los F_{ac} propuestos son más del doble que los que se obtienen con los propuestos en las NTCC-17 (2017), este efecto se presenta en ambas direcciones de la losa.

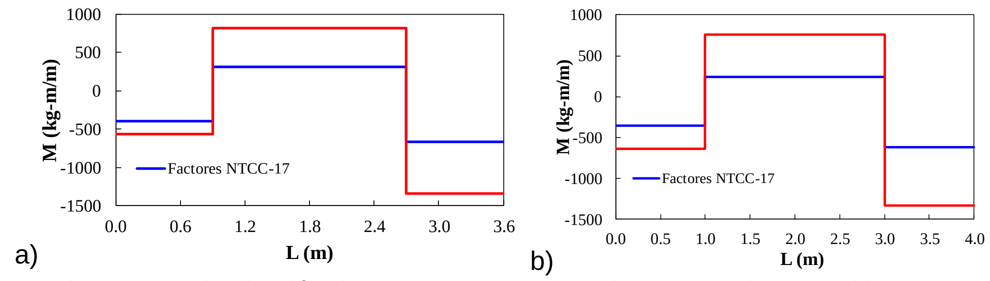


Figura 14. Distribución de momentos en la franja central: a) corta y b) larga.

En las Tablas 7 y 8 se muestran las magnitudes de los momentos y la separación del acero calculado para las franjas corta y larga, respectivamente, donde se observa una diferencia de momentos de hasta el 61% en la dirección corta y 69% en la dirección larga. En consecuencia, se requiere mayor cantidad de acero con una menor separación del acero de refuerzo en la zona de momento positivo y en la zona de momento negativo en bordes interiores. Se observa una diferencia hasta del 50% en la separación del acero de refuerzo. Se valida entonces que la distribución de momentos modifica la cantidad del acero de refuerzo cuando se utilizan los F_{ac} de carga propuestos. Por otra parte, en la Tabla 8 se comparan los resultados y se observa que la diferencia de momentos requiere menor separación del acero de refuerzo en la zona de momento positivo y negativo en bordes interiores. Finalmente, en la **Figura 15** se presentan las distribuciones de los armados del tablero de esquina, donde en ambos casos se

requiere una mayor cantidad de acero con los momentos calculados con los F_{ac} propuestos en este trabajo.

Tabla 7. Comparación de resultados en la franja corta

Momento	Momentos en la franja central (kgf-m/m)		Separación del acero de refuerzo (m)		Diferencia de
	NTCC-17	Propuestos	NTCC-17	Propuestos	%
Negativo en bordes	-395.516	-570.6	0.37	0.37	30.68
Positivo	317.857	817.815	0.37	0.28	61.13
Negativo en bordes	-670.029	-1345.275	0.34	0.17	50.19

Tabla 8. Comparación de resultados en la franja larga

Momento	Momentos en la franja central (kgf-m/m)		Separación del acero de refuerzo (m)		Diferencia de momentos
	NTCC-17	Propuestos	NTCC-17	Propuestos	%
Negativo en bordes	-354.167	-634.842	0.38	0.36	44.21
Positivo	237.258	763.305	0.38	0.3	68.92
Negativo en bordes	-618.933	-1329.883	0.37	0.17	53.46

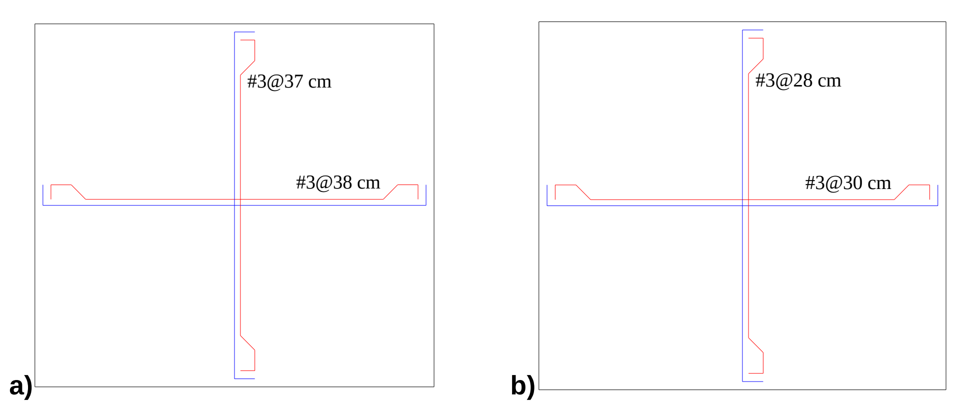


Figura 15. Croquis de armado del tablero con los F_{ac}: a) NTCC-17 y b) propuestos.

6 CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos se concluye que los análisis numéricos son de utilidad para el estudio de losas con muros apoyados sobre ellas, puesto que proporcionan la distribución de momentos, lo que permite establecer la distribución del acero del refuerzo; además permite conocer las zonas más esforzadas donde iniciaría el agrietamiento.

La distribución de momentos en las losas muestra que, en la mayoría de los casos, los momentos obtenidos de los modelos numéricos son mayores a los calculados considerando un muro como carga equivalente con los F_{ac} actualmente recomendados por las NTCC-17, pues en algunos casos los momentos obtenidos de los modelos numéricos son hasta cinco veces mayores. Lo anterior puede provocar el tener secciones de losas que presenten agrietamientos incipientes y/o flechas excesivas.

La condición más crítica de la ubicación del muro sobre tablero es aquella que produce los momentos máximos, la cual se esperaría tener cuando el muro se ubica al centro del claro; sin embargo, los momentos máximos se obtuvieron cuando el muro se ubicó a distancias de ¼, ½ o ¾ del lado corto.

Los momentos máximos positivos no siempre se presentaron cuando una carga lineal producida por el muro estaba ubicada en el centro de la losa, lo cual debe considerarse para la distribución del acero de refuerzo. Sin embargo, con base en las distribuciones de momento obtenidas de los modelos numéricos, es posible seguir las recomendaciones típicas para la colocación del acero de refuerzo en losas (acero negativo en los extremos en una longitud de ¼ del claro y acero positivo en el centro del claro), pues se observa una distribución uniforme de momentos en las franjas de los tableros estudiados, esta situación se presenta en la mayoría de los modelos.

Solo en 131 casos fue posible observar que los F_{ac} actualmente propuestos en las NTCC-17 para considerar cargas lineales como cargas equivalentes uniformemente distribuidas son mayores a los momentos de diseño del tablero en estudio, por lo que estos deben actualizarse.

En la revisión de los estados límite de servicio de todos los modelos estudiados las deflexiones más desfavorables fueron menores a las permisibles, en las que se incluyó las deflexiones diferidas que solicitan las NTCA-17, por lo que los modelos que se estudiaron garantizan que se satisfacen los requisitos de estado límite de servicio.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor agradece al proyecto “182736 Análisis y diseño de losas de concreto” auspiciado por la Secretaría de Educación Pública y el CONACyT. El segundo autor agradece la beca de estudios de maestría al CONACYT. Ambos autores agradecen a la Universidad Autónoma Metropolitana por las facilidades proporcionadas a la realización de este y por el patrocinio al proyecto titulado “Análisis de losas de concreto e implantación de elementos finitos con discontinuidades embebidas”.

REFERENCIAS

1. ACI-318-14 (2014), “Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary”, Farmington Hills, (MI, USA), American Concrete Institute.

2. Covarrubias M.A. (1960), “Coeficientes para el diseño de las losas perimetrales sujetas a cargas lineales”, Tesis licenciatura, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

3. CSI (2016), “SAP2000 Advanced 19.0.0”, Computers and Structures, Inc., Berkeley, California.

4. De la Paz-Morales E. (2013), “Revisión de factores para considerar muros apoyados sobre losas como cargas equivalentes”, Tesis Licenciatura, Ingeniería Civil, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.

5. De la Torre-Rangel O., Jean-Perrilliat R., Pérez-Gavilán J.J. y Lizárraga-Pereda J.F. (2012), “Consideraciones de diseño y de construcción en sistemas de mampostería con losa de transferencia”, Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Acapulco Guerrero, 2012.

6. EC-2 (2002), Eurocode 2: Design of concrete structures, British Standards Institution.

7. Gómez-Soberón M.C., Gómez-Bernal A., González-Cuevas O. M., Terán-Gilmore A., Ruiz-Sandoval M.E., Zúñiga-Cuevas O., Carpio-Pacheco C. y Martín del Campo-Hernández I.T. (2009), “Estudio sobre la observancia del Reglamento de Construcciones del D.F. y sus Normas Técnicas Complementarias” Informe Final División de C.B.I., Dpto. Materiales, Área de Estructuras. Reporte de investigación patrocinada por la Secretaría de Obras y Servicios del Gobierno del D. F. bajo el Convenio CT/04/07. Junio de 2009.

8. Gutiérrez P. (2014), “Estudio numérico de los coeficientes de diseño de losas de concreto”, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería Estructural, UAM-Azcapotzalco.

9. IstructE-06 (2006), “Manual for the design of concrete building structures to Eurocode 2”, The Institution of Structural Engineers.

10. Juárez G. y Gutiérrez P. (2016) “Propuesta de actualización de los coeficientes de diseño de las NTCC-04 para losas rectangulares”, Concreto y Cemento. Investigación y Desarrollo, Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto A.C., 7(2), 2-34.

11. Manzanares-Ponce D. (2013), “Edificios estructurados con losas de transferencia”, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería Estructural, UAM-Azcapotzalco.

12. Newmark N.M. y Siess C.P. (1950), “Proposed design specifications for two-way floor slabs”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 46, No. 4, 597-607.

13. NTCC-17 (2017), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México.

14. NTCA-17 (2017), “Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México.

15. RCDF-04 (2004), “Reglamento de Construcciones del Distrito Federal”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, 29 de enero de 2004.

16. RCDF-17 (2017), “Reglamento de Construcciones del Distrito Federal”, Gaceta Oficial del Distrito Federal.

17. Westergaard H.M. (1926), “Formulas for the design of rectangular floor slabs and their supporting girders”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 22, 26-46.

18. Westergaard H.M. y Slater W. A. (1921), “Moments and stresses in slabs”, *ACI Journal Proceedings*, Vol. 17, No. 2, 415-538.